

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ИГРИНСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №4**

**«Рассмотрено»**  
Руководитель МО  
\_\_\_\_\_/Придатченко  
Л.А.  
Протокол № 1  
от 26 августа 2022г.

**«Согласовано»**  
Заместитель  
директора по УВР  
\_\_\_\_\_/Корепанова Н.С.  
29 августа 2022г.

**Принято**  
На заседании  
педагогического  
совета  
Протокол № 1  
от 30 августа 2022г.

**«Утверждаю»**  
Директор  
\_\_\_\_\_/О.В.Бобок/  
Приказ №309  
от 30 августа 2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по Математике : алгебра и начала математического анализа, геометрия.

для 10 - 11 класса

Составитель:  
Шкляева Нина Филаретовна,  
учитель математики,  
высшая квалификационная категория

п. Игра  
2022- 2023 учебный год

## **І. Пояснительная записка**

Рабочая программа по Математике : алгебра и начала математического анализа, геометрия. для 10-11 классов составлена на основе следующих документов:

- Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-О «Об образовании в Российской Федерации»;
- Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.12.2010 № 1897 (с изменениями от 29.12.2014 № 1644, от 31.12.2015 № 1577);
- Приказ Министерства просвещения РФ от 20.05.2020 № 254 "Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего и среднего общего образования" (с последующими изменениями);
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 11.12.2020 № 712 «О внесении изменений в некоторые федеральные государственные образовательные стандарты общего образования по вопросам воспитания обучающихся»;
- Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 28.09.2020 № 28 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи» (СП 2.4.3648-20)»;
- Примерная основная образовательная программа среднего общего образования, одобренная Федеральным учебно-методическим объединением по общему образованию (Протокол заседания от 28 июня 2016 г. № 2/16-з)
- Устав МБОУ Игринская СОШ №4;
- Основная образовательная программа среднего общего образования, утвержденной приказом МБОУ Игринская СОШ №4 №309 от 30.08.2022г.
- Положение о рабочей программе, реализующей ФГОС, утвержденного приказом МБОУ Игринская СОШ № 4 №300 от 16.08.2022г.

Рабочая программа ориентирована на использование учебно-методического комплекта А.Г.Мордкович, Л.С.Атанасян и др.

Программа по математике составлена в соответствии с учебным планом и календарным учебным графиком, рассчитана на 204 часа (углубленный уровень)

Согласно Положения о формах, периодичности и порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным общеобразовательным программам, используются следующие формы контроля: тест, диктант, самостоятельные и контрольные работы.

Учебный предмет Математика: алгебра и начала математического анализа относится к образовательной области «Математика и информатика». Изучается с 10 по 11 класс. Общее число часов за 2 года обучения –408, из них 204 часа в 10 классе (6 часов в неделю).

В случае отмены учебных занятий в общеобразовательном учреждении по различным обстоятельствам (карантин, низкая температура и прочее) реализация учебной программы осуществляется в дистанционном формате с применением интернет ресурсов – образовательные платформы «Якласс».

## **I. Планируемые результаты освоения обучающимися основной образовательной программы среднего общего образования**

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:**

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;
- неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):**

- российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности российского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;
- уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение к государственным символам (герб, флаг, гимн);
- формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;
- воспитание уважения к культуре, языкам, традициям и обычаям народов, проживающих в Российской Федерации.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:**

- гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;
- признание неотчуждаемости основных прав и свобод человека, которые принадлежат каждому от рождения, готовность к осуществлению собственных прав и свобод без нарушения прав и свобод других лиц, готовность отстаивать собственные права и свободы человека и гражданина согласно общепризнанным принципам и нормам международного права и в соответствии с Конституцией Российской Федерации, правовая и политическая грамотность;
- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;

- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному
  - достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;
- готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:**

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;
- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:**

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;
- эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:**

- ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;
- положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

**Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:**

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,

- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
- готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

**Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:**

- физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

**Планируемые метапредметные результаты освоения ООП**

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

**1. Регулятивные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

**2. Познавательные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### 3. Коммуникативные универсальные учебные действия

#### Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

#### Планируемые предметные результаты освоения ООП

	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»	
Раздел	II. Выпускник научится	IV. Выпускник получит возможность научиться
<b>Цели освоения предмета</b>	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
<b>Элементы теории множеств и математической логики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать<sup>1</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</li> <li>– задавать множества перечислением и характеристическим свойством;</li> <li>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Достижение результатов раздела II;</li> <li>– оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;</li> <li>– понимать суть косвенного доказательства;</li> <li>– оперировать понятиями счетного и несчетного множества;</li> <li>– применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов</li> </ul>

	<p>следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>	
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени <math>n</math>, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;</li> <li>– понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;</li> <li>– переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</li> <li>– доказывать и использовать признаки делимости суммы и</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;</i></li> <li>– <i>понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;</i></li> <li>– <i>владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач</i></li> <li>– <i>иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;</i></li> <li>– <i>свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;</i></li> <li>– <i>владеть формулой бинома Ньютона;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Малую теорему Ферма;</i></li> </ul>

	<p>произведения при выполнении вычислений и решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;</li> <li>– сравнивать действительные числа разными способами;</li> <li>– упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;</li> <li>– находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;</li> <li>– выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;</li> <li>– выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;</li> <li>– записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;</li> <li>– составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;</li> <li>– применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;</li> <li>– применять при решении задач цепные дроби;</li> <li>– применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;</li> <li>– владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;</li> <li>– применять при решении задач Основную теорему алгебры;</li> <li>– применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</li> </ul>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><b>Уравнения и неравенства</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;</li> <li>– решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</li> <li>– овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;</li> <li>– применять теорему Безу к решению уравнений;</li> <li>– применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;</li> <li>– понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</li> <li>– владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;</li> <li>– решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;</li> <li>– владеть разными методами доказательства неравенств;</li> <li>– решать уравнения в целых</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</i></li> <li>– <i>свободно решать системы линейных уравнений;</i></li> <li>– <i>решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i></li> <li>– <i>иметь представление о неравенствах между средними степенными</i></li> </ul>
---------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>числах;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;</li> <li>– свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;</li> <li>– использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</li> </ul>	
<b>Функции</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i></li> </ul>

	<p>промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</li> <li>– владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;</li> <li>– применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;</li> <li>– применять при решении задач преобразования графиков функций;</li> <li>– владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;</li> <li>– применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при</i></p>	
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

	<p><i>изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</li> <li>– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</li> </ul>	
<p><b>Элементы математического анализа</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– применять для решения задач теорию пределов;</li> <li>– владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;</li> <li>– владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;</li> <li>– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;</li> <li>– исследовать функции на монотонность и экстремумы;</li> <li>– строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;</li> <li>– владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;</i></li> <li>– <i>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием первообразной функции для решения задач;</i></li> <li>– <i>овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;</i></li> <li>– <i>оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</i></li> <li>– <i>уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;</i></li> <li>– <i>уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</i></li> <li>– <i>уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</i></li> <li>– <i>уметь применять приложение</i></li> </ul>

	<p>задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</li> <li>– применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;</li> <li>– интерпретировать полученные результаты</li> </ul>	<p><i>производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</li> </ul>
<p><b>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;</li> <li>– оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>– владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– иметь представление об основах теории вероятностей;</li> <li>– иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</li> <li>– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</li> <li>– иметь представление о совместных распределениях случайных величин;</li> <li>– понимать суть закона больших</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>иметь представление о центральной предельной теореме;</i></li> <li>– <i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i></li> <li>– <i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i></li> <li>– <i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i></li> <li>– <i>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i></li> <li>– <i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</i></li> </ul>

	<p>чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</li> <li>– иметь представление о корреляции случайных величин.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– выбирать методы подходящего представления и обработки данных</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять метод математической индукции;</i></li> <li>– <i>уметь применять принцип Дирихле при решении задач</i></li> </ul>
<b>Текстовые задачи</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать разные задачи повышенной трудности;</li> <li>– анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</li> <li>– строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;</li> <li>– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</li> <li>– анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</li> <li>– переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать практические задачи и задачи из других предметов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II</i></li> </ul>
<b>Геометрия</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть геометрическими</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Иметь представление об</i></li> </ul>

	<p>понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;</li> <li>– исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;</li> <li>– решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;</li> <li>– уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;</li> <li>– владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;</li> <li>– иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;</li> <li>– иметь представление о скрещивающихся прямых в</li> </ul>	<p><i>аксиоматическом методе;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i></li> <li>– <i>владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;</i></li> <li>– <i>иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;</i></li> <li>– <i>иметь представление о конических сечениях;</i></li> <li>– <i>иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></li> <li>– <i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i></li> <li>– <i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i></li> </ul>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;</li> <li>– уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</li> <li>– уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;</li> <li>– владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></li> <li>– <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></li> <li>– <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></li> </ul>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</li> <li>– иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</li> </ul>	
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

<p><b><i>Векторы и координаты в пространстве</i></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями векторы и их координаты;</li> <li>– уметь выполнять операции над векторами;</li> <li>– использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> <li>– применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</li> <li>– применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</i></li> <li>– <i>задавать прямую в пространстве;</i></li> <li>– <i>находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</i></li> <li>– <i>находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</i></li> </ul>
<p><b><i>История математики</i></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II</i></p>
<p><b><i>Методы математики</i></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</li> <li>– применять основные методы решения математических задач;</li> <li>– на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</li> <li>– применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</li> <li>– пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</i></li> </ul>

## II. Содержание учебного предмета, курса

### Углубленный уровень

#### Алгебра и начала анализа

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной

пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний*. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. *Основные логические правила*. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, *основных логических правил*.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств*. *Математическая индукция*. *Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

*Основная теорема арифметики*. *Остатки и сравнения*. *Алгоритм Евклида*. *Китайская теорема об остатках*. *Малая теорема Ферма*.  *$q$ -ичные системы счисления*. *Функция Эйлера*, *число и сумма делителей натурального числа*.

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные

функции. *Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»  $y = [x]$* .

Тригонометрические функции числового аргумента  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число  $e$  и функция  $y = e^x$ .

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.*

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

*Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

*Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.*

*Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.*

*Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*

*Множества на координатной плоскости.*

*Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.*

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона–Лейбница. Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла..*

*Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*

## **Геометрия**

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них.

*Понятие об аксиоматическом методе.*

*Теорема Менелая для тетраэдра.* Построение сечений многогранников методом следов.

Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

*Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.*

*Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.*

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции.*

*Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

*Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

*Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*

*Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*

*Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.*

Площадь сферы.

*Развертка цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра и конуса.*

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*

*Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

## **Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

*Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.*

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение и его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

*Показательное распределение, его параметры.*

*Распределение Пуассона и его применение.* Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема.*

*Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*

*Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.*

*Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.*

*Кодирование. Двоичная запись.*

*Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.*

**III. Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы 10 класса**

№	Название темы, раздела	Количество часов	Количество часов, отводимых на практическую часть	Количество часов, отводимых на контроль
<i>10 класс</i>				
1.	Повторение материала 7-9 классов	4		-
2.	Действительные числа	12		1
3.	Числовые функции	9		1
4.	Тригонометрические функции	24		1
5.	Тригонометрические уравнения	10		1
6.	Преобразование тригонометрических выражений	21		2
7.	Комплексные числа	9		1
8.	Производная	29		2
9.	Комбинаторика и вероятность	7		1
10.	Повторение курса алгебры и математического анализа	11		1
11.	Некоторые сведения из планиметрии	6		
12.	Аксиомы стереометрии и их следствия	4		-
13.	Параллельность прямых и плоскостей	16		2
14.	Перпендикулярность прямых и плоскостей	19		1
15.	Многогранники	10		1
16.	Векторы в пространстве	6		-
17.	Повторение курса геометрии	7		
	Итого:	204		15

**Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы 11 класса**

№	Название темы, раздела	Количество часов	Количество часов, отводимых на практическую часть	Количество часов, отводимых на контроль
<i>11 класс</i>				
1.	Повторение курса 10 класса	4		
2.	Многочлены	10		
3.	Степени и корни. Степенные функции	28		2
4.	Метод координат в пространстве	16		1
5.	Показательная и логарифмическая функции	38		2
6.	Цилиндр, конус, шар	19		1

7.	Первообразная и интеграл	7		
8.	Объемы тел	31		
9.	Элементы теории вероятностей и математической статистики	9		1
10.	Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств	29		2
11.	Повторение	19		
	Итого:	204		9

## Приложение

### Контрольная работа №1.

#### I вариант.

№1. Основание  $AD$  трапеции  $ABCD$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Через точки  $B$  и  $C$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно.

- Каково взаимное положение прямых  $EF$  и  $AB$ ?
- Чему равен угол между прямыми  $EF$  и  $AB$ , если  $\sphericalangle ABC = 150^\circ$ ? Поясните ответ.

№2. Дан пространственный четырехугольник  $ABCD$ , в котором диагонали  $AC$  и  $BD$  равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

- Выполните рисунок к задаче.
- Докажите, что полученный четырехугольник есть ромб.

#### II вариант.

№1. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону  $AC$ . Точка  $P$  – середина стороны  $AD$ , а  $K$  – середина стороны  $DC$ .

- Каково взаимное положение прямых  $PK$  и  $AB$ ?
- Чему равен угол между прямыми  $PK$  и  $AB$ , если  $\sphericalangle ABC = 40^\circ$  и  $\sphericalangle BCA = 80^\circ$ ? Поясните ответ.

№2. Дан пространственный четырехугольник  $ABCD$ , в котором  $M$  и  $N$  – середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно.

$$E \in CD, K \in DA, DE : EC = 1 : 2, DK : KA = 1 : 2$$

- Выполните рисунок к задаче.
- Докажите, что четырехугольник  $MNEK$  есть трапеция.

### Контрольная работа №2.

I

#### вариант.

№1. Прямые  $a$  и  $b$  лежат в параллельных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными; б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

№2. Через точку  $O$ , лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $m$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, прямая  $m$  – в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Найдите длину отрезка  $A_2B_2$ , если  $A_1B_1 = 12$  см,  $B_1O : OB_2 = 3 : 4$ .

№3. Изобразите параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки  $M, N$  и  $K$ , являющиеся серединами ребер  $AB, BC$  и  $DD_1$ .

### II вариант.

№1. Прямые  $a$  и  $b$  лежат в пересекающихся плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Могут ли эти прямые быть:  
а) параллельными; б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая

№2. Через точку  $O$ , не лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $m$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, прямая  $m$  – в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Найдите длину отрезка  $A_1B_1$ , если  $A_2B_2 = 15$  см,  $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$ .

№3. Изобразите тетраэдр  $DABC$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $N$ , являющиеся серединами ребер  $DC$  и  $BC$  и точку  $K$ , такую, что  $K \in DA, AK : KD = 1 : 3$

### Контрольная работа №3.

I вариант.

№1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

- а) ребро куба;
- б) косинус угла между диагоналями куба и плоскостью одной из его граней.

№2. Сторона  $AB$  ромба  $ABCD$  равна  $a$ , один из углов равен  $60^\circ$ . Через сторону  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $0,5a$ , от точки  $D$ .

- а) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ .
- б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла  $DABM, M \in \alpha$ .
- в) найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью  $\alpha$ .

II вариант.

№1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат; диагональ параллелепипеда равна  $2\sqrt{6}$  см, а его измерения относятся как 1:12 Найдите:

- а) измерения параллелепипеда;
- б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

№2. Сторона квадрата  $ABCD$  равна  $a$ . Через сторону  $AD$  проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $0,5a$ , от точки  $B$ .

- а) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ .
- б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла  $BADM$ ,  $M \in \alpha$ .
- в) найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью  $\alpha$ .

#### Контрольная работа №4.

I вариант.

№1. Основанием пирамиды  $DABC$  является правильный треугольник  $ABC$ , сторона которого равна  $a$ . Ребро  $DA$  перпендикулярно к плоскости основания, а плоскость  $DBC$  составляет с плоскостью  $ABC$  угол в  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ , сторона которого равна  $a$  и угол равен  $60^\circ$ . Плоскость  $AD_1 C_1$  составляет с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите:

## Контрольная работа №4.

II

вариант.

№1. Основанием пирамиды  $DABC$  является правильный треугольник  $ABC$ , сторона которого равна  $a$ . Ребро  $DA$  перпендикулярно к плоскости основания, а плоскость  $DBC$  составляет с плоскостью  $ABC$  угол в  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ , сторона которого равна  $a$  и угол равен  $60^\circ$ . Плоскость  $AD_1 C_1$  составляет с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите:

- а) высоту ромба;
- б) высоту параллелепипеда;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь полной поверхности параллелепипеда.

III

вариант.

№1. Основанием пирамиды  $MABCD$  является квадрат  $ABCD$ , ребро  $MD$  перпендикулярно к плоскости основания,  $AD = DM = a$ . Найдите площадь поверхности пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является параллелограмм  $ABCD$ , сторона которого равна  $a\sqrt{2}$  и  $2a$ , острый угол равен  $45^\circ$ . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

- а) меньшую высоту параллелограмма;
- б) угол между плоскостью  $ABC_1$  и плоскостью основания;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь полной поверхности параллелепипеда.

### К-1. Аксиомы стереометрии. Расположение прямых и плоскостей.

Вариант А1

№1. Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Прямая  $c$  является скрещивающейся с прямой  $a$ . Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть параллельными?

№2. Плоскость  $\alpha$  проходит через середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  – точки  $M$  и  $N$ .

- а) Докажите, что  $AD \parallel \alpha$ .
- б) Найдите  $BC$ , если  $AD = 10 \text{ см}$ ,  $MN = 8 \text{ см}$ .

№3. Прямая  $MA$  проходит через вершину квадрата  $ABCD$  и не лежит в плоскости квадрата.

- а) Докажите, что  $MA$  и  $BC$  – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между прямыми  $MA$  и  $BC$ , если  $\angle MAD = 45^\circ$ .

Вариант А2

№1. Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Прямые  $a$  и  $c$  параллельны. Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть скрещивающимися?

№2. Плоскость  $\alpha$  проходит через основание  $AD$  трапеции  $ABCD$ .  $M$  и  $N$  – середины боковых сторон трапеции.

а) Докажите, что  $MN \parallel \alpha$ .

б) Найдите  $AD$ , если  $BC = 4 \text{ см}$ ,  $MN = 6 \text{ см}$ .

№3. Прямая  $CD$  проходит через вершину треугольника  $ABC$  и не лежит в плоскости  $ABC$ .  $E$  и  $F$  – середины отрезков  $AB$  и  $BC$ .

- а) Докажите, что  $CD$  и  $EF$  – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между прямыми  $CD$  и  $EF$ , если  $\angle DCA = 60^\circ$ .

#### Вариант Б1

№1. Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ , а прямая  $b$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Определите, могут ли прямые  $a$  и  $b$ :

- а) быть параллельными;
- б) пересекаться;
- в) быть скрещивающимися.

№2. Точка  $M$  не лежит в плоскости трапеции  $ABCD$ ,  $AD \parallel BC$ .

- а) Докажите, что треугольники  $MAD$  и  $MBC$  имеют параллельные средние линии.
- б) Найдите длины этих средних линий, если  $AD : BC = 5 : 3$ , а средняя линия трапеции равна 16 см.

№3. Через вершину  $A$  квадрата  $ABCD$  проведена прямая  $KA$ , не лежащая в плоскости квадрата.

- а) Докажите, что  $KA$  и  $CD$  – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между  $KA$  и  $CD$ , если  $\angle AKB = 85^\circ$ ,  $\angle ABK = 45^\circ$ .

#### Вариант Б2

№1. Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ , а прямая  $b$  пересекает плоскость  $\alpha$ . Определите, могут ли прямые  $a$  и  $b$ :

- а) быть параллельными;
- б) пересекаться;
- в) быть скрещивающимися.

№2. Треугольник  $ABC$  и трапеция  $KMNP$  имеют общую среднюю линию  $EF$ , причем  $KP \parallel MN$ ,  $EF \parallel AC$ ,

- а) Докажите, что  $AC \parallel KP$
- б) Найдите  $KP$  и  $MN$ , если  $KP : MN = 3 : 5$ ,  $AC = 16$  см.

№3. Точка  $M$  не лежит в плоскости ромба  $ABCD$ .

- а) Докажите, что  $MC$  и  $AD$  – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между  $MC$  и  $AD$ , если  $\angle MBC = 70^\circ$ ,  $\angle BMC = 65^\circ$ .

#### Вариант В1

№1. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $l$ . Прямая  $a$  параллельна прямой  $l$ , и является скрещивающейся с прямой  $b$ . Определите, могут ли прямые  $a$  и  $b$ :

- а) лежать в одной из данных плоскостей;
- б) лежать в разных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ ;

$\alpha$   $\beta$

в) пересекать плоскости      и      .

*В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых  $a$  и  $b$ .*

№2. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно, причем  $AM : MB = 3 : 4$  ,  $CN : BC = 3 : 7$

а) Докажите, что  $AC \parallel \alpha$ .

б) Найдите  $AC$ , если  $MN = 16$  см.

№3. Точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми  $AC$  и  $BD$ , если  $AC = 6$  см,  $BD = 8$  см, а расстояние между серединами отрезков  $AD$  и  $BC$  равно 5 см.

#### Вариант В2

№1. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $l$ . Прямые  $l$  и  $a$  пересекаются, а прямые  $l$  и  $b$  параллельны. Определите, могут ли прямые  $a$  и  $b$ :

а) лежать в одной из данных плоскостей;

б) лежать в разных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ ;

в) пересекать плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ .

В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых  $a$  и  $b$ .

№2. Плоскость  $\alpha$  проходит через сторону  $AC$  треугольника  $ABC$ . Прямая пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно, причем  $BN : NC = 2 : 3$ ,  $AM : AB = 3 : 5$

а) Докажите, что  $MN \parallel \alpha$ .

б) Найдите  $MN$ , если  $AC = 30$  см.

№3. Точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если  $AB = CD = 6$  см, а расстояние между серединами отрезков  $AD$  и  $BC$  равно 3 см.

### К-2. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

#### Вариант А1

№1.  $KA$  – перпендикуляр к плоскости треугольника  $ABC$ . Известно что  $KB \perp BC$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  – прямоугольный.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей  $KAC$  и  $ABC$ .

в) Найдите  $KA$ , если  $AC = 13$  см,  $BC = 5$  см,  $\angle KBA = 45^\circ$ .

№2. Основание  $AC$  равнобедренного треугольника лежит в плоскости  $\alpha$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ , если  $AB = 20$  см,  $AC = 24$  см, а двугранный угол между плоскостями  $ABC$  и  $\alpha$  равен  $30^\circ$ .

№3. Из точки  $A$  к плоскости  $\alpha$  проведены наклонные  $AB$  и  $AC$ , образующие с плоскостью  $\alpha$  равные углы. Известно, что  $BC = AB$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

#### Вариант А2

№1.  $KA$  – перпендикуляр к плоскости параллелограмма  $ABCD$ . Известно, что  $KD \perp CD$ .

а) Докажите, что  $ABCD$  – прямоугольник.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей  $KAD$  и  $ABC$ .

в) Найдите  $AC$ , если  $KA = 8$  см,  $KD = 10$  см,  $\angle CAD = 60^\circ$ .

№2. Катет  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle B = 90^\circ$ ) лежит в плоскости  $\alpha$ . Найдите  $AB = 15$  см

расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ , если  $AC = 17$  см, , а двугранный угол  
между плоскостями  $ABC$  и  $\alpha$  равен  $45^\circ$ .

№3. Из точки  $A$  к плоскости проведены перпендикуляр  $AO$  и две равные наклонные  $AB$  и  $AC$ . Известно, что  $BC = BO$ . Найдите углы треугольника  $BOC$ .

Вариант Б1

№1.  $KA$  – перпендикуляр к плоскости треугольника  $ABC$ .  $M$  – середина стороны  $BC$ . Известно, что  $KM \perp BC$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  – равнобедренный.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей  $KBC$  и  $KAM$ .

в) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $\angle BKC = 60^\circ$ ,  $BC = 6$  см,  $KA = 3\sqrt{2}$  см.

№2. Точка  $S$  удалена от каждой из вершин правильного треугольника  $ABC$  на  $\sqrt{13}$  см. Найдите двугранный угол  $SABC$ , если  $AB = 6$  см.

№3. Прямая  $AB$  – ребро двугранного угла, равного  $90^\circ$ . Прямые  $AA_1$  и  $BB_1$  принадлежат разным граням данного угла и перпендикулярны к прямой  $AB$ . Докажите, что  $AA_1 \perp BB_1$ .

Вариант Б2

№1.  $KA$  – перпендикуляр к плоскости параллелограмма  $ABCD$ .  $O$  – точка пересечения  $AC$  и  $BD$ . Известно, что  $KO \perp BD$ .

а) Докажите, что  $ABCD$  – ромб.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей  $KBD$  и  $KOA$ .

в) Найдите площадь  $ABCD$ , если  $\angle BKD = 90^\circ$ ,  $BD = 10$  см,  $KA = 3$  см.

№2. Точка  $S$  удалена от каждой из сторон правильного треугольника  $ABC$  на  $\sqrt{39}$  см. Найдите угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $ABC$ , если  $AB = 6$  см.

№3. Прямые  $AA_1$  и  $BB_1$  – перпендикуляры к ребру  $AB$  двугранного угла, принадлежащие разным граням угла. Докажите, что если  $AA_1 \perp BB_1$ , то данный двугранный угол – прямой.

Вариант В1

№1. Точка  $O$  лежит на биссектрисе угла  $ABC$ , равного  $60^\circ$ .  $DO$  – перпендикуляр к плоскости  $ABC$ .

а) Докажите, что точка  $D$  равноудалена от сторон угла  $ABC$ .

б) Пусть  $DA$  и  $DC$  – расстояния от точки  $D$  до сторон угла. Докажите перпендикулярность плоскостей  $DAC$  и  $DOB$ .

в) Найдите  $DB$ , если  $AC = 6$  см,  $DO = 4$  см.

№2. Равнобедренные треугольники  $ABC$  и  $ADC$  имеют общее основание  $AC$ , а двугранный угол  $BACD$  – прямой. Найдите углы, образуемые прямой  $BD$  с плоскостями треугольников, если  $\angle ABC = 60^\circ$ , а  $\angle ADC = 90^\circ$ .

№3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  постройте и найдите линейный угол двугранного угла между плоскостями сечений  $AB_1 C_1 D$  и  $CB_1 A_1 D$ .

## Вариант В2

№1.  $DO$  – перпендикуляр к плоскости угла  $ABC$ , равного  $120^\circ$ , причем точка  $O$  лежит внутри угла, а  $D$  равноудалена от его сторон.

а) Докажите, что  $BO$  – биссектриса угла  $ABC$ .

б) Пусть  $DA$  и  $DC$  – расстояния от точки  $D$  до сторон угла. Докажите перпендикулярность плоскостей  $DOB$  и  $DAC$ .

в) найдите  $DO$ , если  $AC = 6$  см,  $DB = 8$  см.

№2. Равнобедренные треугольники  $ABC$  и  $ADC$  имеют общее основание  $AC$ , а двугранный угол  $BACD$  – прямой. Найдите тангенс двугранного угла между плоскостями  $BAD$  и  $ADC$ , если  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ .

№3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  постройте и найдите линейный угол двугранного угла между плоскостями сечений  $CD_1 A_1 B$  и  $DA_1 B_1 C$ .

## К-3. Многогранники.

### Вариант А1

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань – квадрат.

№2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол  $45^\circ$ .

а) Найдите высоту пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро правильного тетраэдра  $DABC$  равно  $a$ . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра  $DA$  параллельно плоскости  $DBC$ , и найдите площадь этого сечения.

### Вариант А2

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшая боковая грань – квадрат.

№2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна  $\sqrt{6}$  см, боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .

а) Найдите боковое ребро пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро правильного тетраэдра  $DABC$  равно  $a$ . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середины ребер  $DA$  и  $AB$  параллельно ребру  $BC$ , и найдите площадь этого сечения.

Вариант Б1

№1. Основание прямого параллелепипеда – ромб с диагоналями 10 и 24 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

№2. Основание пирамиды – правильный треугольник с площадью  $9\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а третья – наклонена к ней под углом  $30^\circ$ .  
а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.  
б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  равно  $a$ . Постройте сечение куба, проходящее через прямую  $B_1C$  и середину ребра  $AD$ , и найдите площадь этого сечения.

### Вариант Б2

№1. Основание прямого параллелепипеда – ромб с меньшей диагональю 12 см. Большая диагональ параллелепипеда равна  $16\sqrt{2}$  см и образует с боковым ребром угол  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

№2. Основание пирамиды – равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой  $4\sqrt{2}$  см. Боковые грани, содержащие катеты треугольника, перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом  $45^\circ$ .  
а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.  
б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  равно  $a$ . Постройте сечение куба, проходящее через точку  $C$  и середину ребра  $AD$  параллельно прямой  $DA_1$ , и найдите площадь этого сечения.

### Вариант В1

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 15 и 20 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, – квадрат.

№2. Основание пирамиды – ромб с большей диагональю  $d$  и острым углом  $\alpha$ . Все двугранные углы при основании пирамиды равны  $\alpha$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Ребро куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  равно  $a$ . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер  $AA_1$ ,  $B_1C_1$  и  $CD$ , и найдите площадь этого сечения.

### Вариант В2

№1. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник с основанием 24 м и боковой стороной 13 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, – квадрат.

№2. Основание пирамиды – ромб с тупым углом  $\alpha$ . Все двугранные углы при основании пирамиды равны  $\beta$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если ее высота равна  $H$ .

№3. Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно  $a$ . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер  $A_1 B_1$ ,  $CC_1$  и  $AD$ , и найдите площадь этого сечения.

#### К-4. Векторы в пространстве.

##### Вариант А1

№1. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Назовите вектор с началом в точке  $D_1$ , равный вектору  $\overrightarrow{AB}$ .

б) Назовите вектор, равный  $\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{B_1 D}$ .

б) Назовите вектор  $x$ , удовлетворяющий равенству  $\overrightarrow{DA} + x + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DB}$ .

№2. В правильном тетраэдре  $DABC$  с ребром  $a$  точка  $O$  – центр треугольника  $ABC$ .

а) Постройте вектор  $0,5\overrightarrow{DB} - 0,5\overrightarrow{DA}$  и найдите его длину.

б) Найдите  $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OC}|$ .

№3.  $MA$  – перпендикуляр к плоскости ромба  $ABCD$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{MC}$  по векторам  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  и  $\overrightarrow{AM}$ .

№4. Векторы  $a$  и  $b$  неколлинеарные. Найдите значение  $k$ , при которых векторы  $c = ka + 4b$  и  $d = a + kb$  коллинеарные.

##### Вариант А2

№1. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Назовите вектор с концом в точке  $C_1$ , равный вектору  $\overrightarrow{AD}$ .

б) Назовите вектор, равный  $\overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{C_1 D}$ .

б) Назовите вектор  $x$ , удовлетворяющий равенству  $\overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B_1 C_1} + x = \overrightarrow{B_1 D}$ .

№2. В правильном тетраэдре  $DABC$  с ребром  $a$  точка  $O$  – центр треугольника  $ABC$ .

а) Постройте вектор  $0,5\overrightarrow{DC} - 0,5\overrightarrow{DB}$  и найдите его длину.

б) Найдите  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}|$ .

№3.  $MB$  – перпендикуляр к плоскости треугольника  $ABC$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{MC}$  по векторам  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{MB}$ .

№4. Векторы  $a$  и  $b$  неколлинеарные. Найдите значение  $k$ , при которых векторы  $c = ka + 3b$  и  $d = 3a + kb$  коллинеарные.

##### Вариант Б1

№1. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Назовите вектор с началом в точке  $D$ , равный вектору  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$ .

б) Назовите вектор, равный  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA_1}$ ; в)  $\overrightarrow{A_1D} - \overrightarrow{A_1B} + \overrightarrow{AA_1}$ .

г) Назовите вектор  $x$ , удовлетворяющий равенству  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = x$ .

№2. В правильном тетраэдре  $DABC$  с ребром  $a$  точка  $O$  — центр треугольника  $ABC$ .

а) Постройте вектор  $\overrightarrow{DC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$  и найдите его длину.

б) Найдите

№3. Точка  $O$  не лежит в плоскости параллелограмма  $ABCD$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{DO} - 0,5\overrightarrow{DA}$  по векторам  $\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{OC}$  и  $\overrightarrow{OD}$ .

№4. Даны параллелограммы  $ABCD$  и  $ABC_1D_1$ . Докажите, что векторы  $\overrightarrow{CD_1}$ ,  $\overrightarrow{C_1D}$  и  $\overrightarrow{AB}$  компланарны.

#### Вариант Б1

№1. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Назовите вектор с концом в точке  $B_1$ , равный вектору  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AA_1}$ .

б) Назовите вектор, равный  $\overrightarrow{C_1D} + \overrightarrow{CB}$ ; в)  $\overrightarrow{B_1A} - \overrightarrow{B_1C} + \overrightarrow{BB_1}$ .

г) Назовите вектор  $x$ , удовлетворяющий равенству  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = x$ .

№2. В правильном тетраэдре  $DABC$  с ребром  $a$  точка  $O$  — центр треугольника  $ABC$ .

а) Постройте вектор  $0,5(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) - \overrightarrow{DO}$  и найдите его длину.

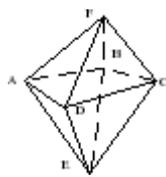
б) Найдите  $|0,5\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DO}|$ .

№3. Точка  $O$  не лежит в плоскости параллелограмма  $ABCD$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{OC}$  по векторам  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  и  $\overrightarrow{AO}$ .

№4. Даны параллелограммы  $ABCD$  и  $A_1 B_1 C_1 D_1$ . Докажите, что

векторы  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BD}$  и  $\overrightarrow{A_1 B_1}$  компланарны.

#### Вариант В1



№1. Дан правильный октаэдр  $EABCFD$ .

а) Назовите вектор с началом в точке  $B$ ,

равный  $\overrightarrow{FD} - \overrightarrow{FC}$ .

б) Назовите вектор, равный  $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{CB}$ ;

в) вектор равный  $0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) - 0,5\overrightarrow{FE}$ .

г) Назовите вектор  $x$ , удовлетворяющий равенству  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BF} = x + \overrightarrow{DC}$ .

№2. В правильном тетраэдре  $DABC$  с ребром  $a$ , точка  $P$  – центр треугольника  $ABC$ , точка  $Q$  – центр треугольника  $BDC$ .

$$\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{PQ}$$

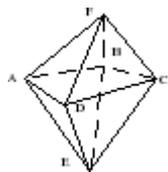
а) Постройте вектор \_\_\_\_\_ и найдите его длину.

б) Найдите  $\left| \overrightarrow{AQ} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \right|$ .

№3. Точка  $S$  равноудалена от вершин треугольника  $ABC$  ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ).  $SO$  – перпендикуляр к плоскости  $ABC$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{SO}$  по векторам  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  и  $\overrightarrow{SB}$ .

№4. Точки  $M$  и  $N$  – середины ребер  $BD$  и  $AC$  правильного тетраэдра  $DABC$ . Докажите, что векторы  $\overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  и  $\overrightarrow{BC}$  компланарны.

### Вариант В2



№1. Дан правильный октаэдр  $EABCFD$ .

а) Назовите вектор с концом в точке  $C$ ,

равный  $\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{EA}$ .

б) Назовите вектор, равный  $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA}$ ;

в) вектор равный  $0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) - 0,5\overrightarrow{FE}$ ;

г) Назовите вектор  $x$ , удовлетворяющий равенству  $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} = x + \overrightarrow{FD}$ .

№2. В правильном тетраэдре  $DABC$  с ребром  $a$ , точка  $P$  – центр треугольника  $ABC$ , точка  $Q$  – центр треугольника  $BDC$ .

$$\frac{1}{3}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{QP}$$

а) Постройте вектор \_\_\_\_\_ и найдите его длину.

б) Найдите  $\left| \overrightarrow{DP} - \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} \right|$ .

№3. Точка  $S$  равноудалена от сторон ромба  $ABCD$ .  $SO$  – перпендикуляр к плоскости ромба. Разложите вектор  $\overrightarrow{SO}$  по векторам  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{SB}$  и  $\overrightarrow{SC}$ .

№4. Точки  $M$  и  $N$  – середины ребер  $AD$  и  $BC$  правильного тетраэдра  $DABC$ . Докажите, что векторы  $\overline{MN}$ ,  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$  компланарны.

### Контрольная работа № 5.

#### Вариант А1

№1. Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AC = 13$  см и катетом  $BC = 5$  см. Отрезок  $SA$ , равный 12 см, – перпендикуляр к плоскости  $ABC$ .

а) Найдите  $|\overline{AS} + \overline{SC} + \overline{CB}|$ .

б) Найдите угол между прямой  $SB$  и плоскостью  $ABC$ .

№2. В правильной четырехугольной пирамиде диагональ основания равна  $8\sqrt{2}$  см, а двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , проходящее через вершину  $D$  и середины ребер  $AA_1$  и  $A_1 B_1$ . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

#### Вариант А2

№1. Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AB = 16$  см и  $BC = 12$  см. Отрезок  $SC$ , равный 20 см, – перпендикуляр к плоскости  $ABC$ .

а) Найдите  $|\overline{CS} + \overline{SB} + \overline{BA}|$ .

б) Найдите угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $ABC$ .

№2. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна  $4\sqrt{3}$  см, а двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , проходящее через прямую  $AB$  и середину ребра  $B_1 C_1$ . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

#### Вариант Б1

№1. Диагонали ромба  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ .  $SA$  – перпендикуляр к плоскости ромба.

$SA = 3\sqrt{3}$  см,  $AC = 6$  см,  $BD = 8$  см.  
а) Докажите, что прямая  $BD$  перпендикулярна к плоскости  $SAO$ .

б) Найдите  $|\overline{SD} + 0,5(\overline{DA} + \overline{DC})|$ .

№2. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен  $120^\circ$ . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой бокового ребра, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильного тетраэдра  $DABC$ , проходящее через середины ребер  $AD$  и  $BC$  параллельно ребру  $DB$ . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

#### Вариант Б2

№1. Диагонали ромба  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ .  $SA$  – перпендикуляр к плоскости ромба.  $AB = 5$  см,  $BD = 8$  см,  $SO = 6$  см.

а) Докажите перпендикулярность плоскостей  $SBD$  и  $SAO$ .

б) Найдите  $\left| 0,5(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{OS} \right|$ .

в) Найдите угол между прямой  $SO$  и плоскостью  $ABC$ .

№2. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой апофемы, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильного тетраэдра  $DABC$ , проходящее через середины ребер  $AD$  и  $AB$  параллельно ребру  $AC$ . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

#### Вариант В1

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AC$ .  $SB$  – перпендикуляр к плоскости  $ABC$ . Двугранный угол  $SACB$  равен  $45^\circ$ .

а) Докажите перпендикулярность плоскостей  $SBA$  и  $SBC$ .

б)  $M$  – точка пересечения медиан треугольника  $SAC$ .

Разложите вектор  $\overrightarrow{BM}$  по векторам  $\overrightarrow{BS}$ ,  $\overrightarrow{BA}$  и  $\overrightarrow{BC}$ .

в) Найдите углы наклона прямых  $SA$  и  $SC$  к плоскости  $ABC$ .

№2. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетом  $a$  и противолежащим углом  $\alpha$ . Боковые грани пирамиды, содержащие данный катет и гипотенузу основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом  $\beta$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$ , проходящее через середины ребер основания  $AD$  и  $CD$  параллельно боковому ребру  $SD$ .

#### Вариант В2

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AC$ .  $SB$  – перпендикуляр к плоскости  $ABC$ . Прямые  $SA$  и  $SC$  образуют с плоскостью  $ABC$  угол  $30^\circ$ .

а) Докажите перпендикулярность плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ , если  $M$  – середина  $BC$ .

б)  $M$  – точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ .

Разложите вектор  $\vec{SM}$  по векторам  $\vec{SA}$ ,  $\vec{SB}$  и  $\vec{SC}$ .

в) Найти двугранный угол  $SDBA$ .

№2. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с гипотенузой  $c$  и острым углом  $\alpha$ . Боковые грани пирамиды, содержащие катеты основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом  $\beta$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$ , проходящее через середины ребра основания  $AD$  и бокового ребра  $SB$  параллельно прямой  $AC$ .

## Контрольные работы по алгебре и началам математического анализа 10-11 класс (профильный уровень)

В статье содержатся по два варианта контрольных работ по курсу «Алгебра и начала математического анализа 10-11 (профильный уровень)», ориентированных на учебный комплект, опубликованный в 2007 году издательством «Мнемозина» и включенный в Федеральный перечень учебников с грифом «Рекомендовано»:

А.Г.Мордкович, П.В.Семенов. Алгебра и начала анализа-10 (профильный уровень), часть 1. Учебник.

А.Г.Мордкович, П.В.Семенов. Алгебра и начала анализа-11 (профильный уровень), часть 1. Учебник.

А.Г.Мордкович и др. Алгебра и начала анализа-10, часть 2. Задачник.

А.Г.Мордкович и др. Алгебра и начала анализа-11, часть 2. Задачник.

В январе 2008 года вышли из печати два сборника контрольных работ – для 10-го и для 11-го классов (автор – В.И.Глизбург, под ред. А.Г.Мордковича, издательство «Мнемозина»), причем каждая составлена в 6 вариантах; тематика всех вариантов той или иной контрольной работы одинакова, но уровень сложности несколько различен: первый и второй вариант среднего уровня, третий и четвертый варианты – выше среднего, пятый и шестой варианты – несколько сложнее. Выбор тех или иных пар вариантов для проведения контрольной работы – дело учителя. Этот выбор зависит и от того количества часов в неделю (4, 5 или 6), которыми располагает учитель, и от уровня класса, и от желания учителя. В настоящей статье мы приводим первый и шестой варианты.

Каждый вариант контрольной работы выстроен по одной и той же схеме: задания условно говоря базового, среднего (обязательного) уровня – до первой черты, задания уровня выше среднего – между первой и второй чертой, задания повышенной сложности – после второй черты. Шкала оценок за выполнение контрольной работы может выглядеть так: за успешное выполнение заданий только до первой черты – оценка 3; за успешное выполнение заданий базового уровня и одного дополнительного (после первой или после второй черты) – оценка 4; за успешное выполнение заданий всех трех уровней – оценка 5. При этом оценку не рекомендуется снижать за одно неверное решение в первой части работы (допустимый люфт).

10 класс

Контрольная работа № 1 (1 час)

Вариант 1

1. Найдите НОД и НОК чисел 645 и 381.
2. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
3. Запишите периодическую дробь  $0,(87)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Сравните числа  $\sqrt{3} + \sqrt{15}$  и  $3\sqrt{2}$ .
5. Решите уравнение  $x^2 + 1 - 6x = 2|x - 3|$ .

---

6. Решите неравенство  $|x^2 - 8| \leq 2x$ .

---

6. Постройте график функции  $y = |-2 - |x + 5||$ .

Вариант 6

1. Найдите НОД и НОК чисел 1638 и 1092.
2. Докажите, что квадрат любого натурального числа, увеличенный на 1, не делится на 3.
3. Запишите периодическую дробь  $7,1(13)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Сравните числа  $-3 - \sqrt{10}$  и  $-\sqrt{38}$ .
5. Решите уравнение  $|2 - x| = |x - 1| + 1$ .

---

6. Докажите, что для любых положительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $\left(\frac{1}{a} + 3\right)\left(\frac{1}{b} + 3\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq \frac{24}{ab}$ .

- 
7. Для каждого значения параметра  $a$  определите число корней уравнения  $||x| - 6| = x + a$ .

Контрольная работа № 2 (2 часа)

### Вариант 1

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \\ x - 3, & x > 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- найдите область определения функции;
- вычислите значения функции в точках  $-2; 1; 5$ ;
- постройте график функции;
- найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = 3|x| - x^2$  на чётность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 3$ . Известно, что

$$f(x) = 2 - x, \quad \text{если } 0 < x \leq 3.$$

- Постройте график функции;
- найдите нули функции;
- найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, определенной на открытом луче  $(-\infty; 0)$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f\left(\frac{6x^2 + x + 9}{x^2 + 3}\right) \leq f(5).$$

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = x^2 + 5, \quad x \geq 0$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Вычислите:  $\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 21} + \dots + \frac{1}{71 \cdot 76}$ .

### Вариант 6

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -2 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & 1 \leq x; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -1, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2, \\ \sqrt{x+14}, & 2 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-1$ ;  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ;  $7$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = x|x| + x^3$  на четность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 4$  задана следующим образом:

$$y = -\sqrt{x}, \text{ если } 0 < x \leq 4.$$

а) Постройте график функции;

б) найдите нули функции;

в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример и постройте график аналитически заданной функции, множеством значений которой является луч  $[2; +\infty)$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f(x-6) > f(x^2 - 5x + 9)$$

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = -1 - (x+2)^2$ ,  $x \leq -2$ .

Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbf{N}$  справедливо равенство

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2 - 1).$$

### Контрольная работа № 3 (1 час)

#### Вариант 1

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ .

Принадлежат ли дуге  $P_1\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$   $P_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$  точки  $M_1(-1; 0)$ ,  $M_2(0; -1)$ ,  $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4$

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?

2. Вычислите:  $\sin\frac{13\pi}{6}$ ;  $\cos(405^\circ)$ ;  $tg\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ ;  $ctg\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ .

3. Вычислите  $ctg(t-3\pi)$ ;  $\sin(t+2\pi)$ ;  $tg(t-\pi)$ , если  $\cos(t+2\pi) = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .

4. Решите неравенство: а)  $\cos t > \frac{1}{2}$ ; б)  $\sin t \leq \frac{1}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует: а)  $y = \sin x + \cos x$ ; б)  $y = x^2 + |\sin x|$ .

---

7. Сравните числа  $a = \cos 6$ ,  $b = \cos 7$ .

---

8. Решите неравенство  $|x - 2\pi| \leq \cos x - 1$ .

### Вариант 6

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости

$xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$   $P_2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$  точки  $M_1\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $M_2$

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4(-1; 0)$ ?

2. Вычислите:  $\sin(315^\circ)$ ;  $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ ;  $tg(-240^\circ)$ ;  $ctg\left(-\frac{40\pi}{3}\right)$ .

3. Вычислите:  $\cos(t-4\pi)$ ;  $ctg(t+3\pi)$ ;  $\sin(t+2\pi)$ , если  $tg^2(t) = 49$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .

4. Решите неравенство: а)  $\cos 3t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\sin t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует: а)  $y = |\sin x| + \cos x$ ; б)  $y = tgx + x^3 + 5$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания числа:  $\cos 5$ ;  $\sin 5$ ;  $\cos 4$ ,  $\sin 4$ .

- 
8. При каком значении параметра  $a$  неравенство  $|\sin x| \leq -x^2 + a$  имеет единственное решение? Найдите это решение.

### Контрольная работа № 4 (2 часа)

#### Вариант 1

- Вычислите: а)  $5\arccos \frac{1}{2} + 3\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ; б)  $\sin\left(4\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - 2\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .
- Постройте график функции  $y = 2\sin 3x$ .
- Решите уравнение: а)  $6\sin^2 x + 5\cos x - 7 = 0$ ;  
б)  $2\sin^2 x + \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$ .
- Найдите корни уравнения  $\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2\pi; \pi)$ .
- Постройте график функции  $y = \arcsin(x+1) - 1$ .

- 
6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{2}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

- 
7. Решите уравнение  $\arcsin(3x^2 - 1) = \arcsin(10x - 4)$ .

#### Вариант 6

- Вычислите: а)  $2\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \cos\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$ ; б)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{4}\operatorname{arctg} \sqrt{3} - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ .
- Постройте график функции  $y = \frac{1}{2}\cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ .
- Решите уравнение: а)  $36\sin^2 x + 36\cos x - 29 = 0$ ;  
б)  $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x = -2$ .
- Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{4x}{5} + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-8; 12)$ .
- Постройте график функции  $y = 2\operatorname{arcctg}(x+1)$ .

---

6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \sin x < \frac{1}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{3}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} \geq 2. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin x = \arccos \sqrt{1-x}$ .

### Контрольная работа № 5 (2 часа)

#### Вариант 1

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x$ ; б)  $\cos x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 7x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cos 4x$ .

2. Упростите выражение  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)(1 + \sin x)}$ .

3. Вычислите  $2 \sin 3x \cos 5x - \sin 8x$ , если  $\sin x - \cos x = 0,9$ .

4. Найдите  $\cos^2 x$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x$ , принадлежащие промежутку

$$\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right].$$

6. Решите уравнение: а)  $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3}$ ; б)  $\sin 2x + 2 \operatorname{ctg} x = 3$ .

---

7. Вычислите  $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $5 \sin 2x - 11(\sin x + \cos x) + 7 = 0$ .

#### Вариант 6

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 + 2 \cos x + \cos 2x}{1 + \cos 2x - 2 \cos x} = -\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}$ ; б)  $\frac{\sin 2x - \sin 3x + \sin 4x}{\cos 2x - \cos 3x + \cos 4x} = \operatorname{tg} 3x$ .

2. Упростите выражение  $\operatorname{ctg}\left(\frac{3x}{2} + \frac{5\pi}{4}\right) \cdot (1 - \sin(3x - \pi))$ .

3. Вычислите  $2\sin 5x \cos 7x - \sin 12x$ , если  $\sin x + \cos x = 0,3$ .

4. Найдите  $\cos\left(\frac{x-4\pi}{2}\right)$ , если  $\operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2}+x\right) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\sin 8x + \cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right) = 3\sin 5x$ , принадлежащие промежутку

$[0; \pi]$ .

6. Решите уравнение: а)  $\sqrt{2}\sin x = 2 - \sqrt{2}\cos x$ ; б)  $2\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2} - 1\right) = \cos x$ .

---

7. Вычислите  $\sin\left(\operatorname{arccctg}\left(-\frac{4}{3}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{8} \cos 15x$ .

### Контрольная работа № 6 (1 час)

#### Вариант 1

1. Вычислите: а)  $(5+i)(-2+3i)$ , б)  $\frac{4i}{1+i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $1+2i$ ;  $3+2i$ ;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = \frac{\pi}{4}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \leq 3$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $6-6i$ , б)  $-4-3i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 - 2x + 2 = 0$ .

5. Вычислите  $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^4$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 + 3 + 4i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:

$$\begin{cases} |z - i| \leq 1, \\ |z + 1| < 1. \end{cases}$$

### Вариант 6

1. Вычислите: а)  $(\sqrt{3} + 5i)(5 - \sqrt{3}i)$ , б)  $\frac{9 - 7i}{2 - 3i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки  $-3 - i$ ;  $1 + 3i$ , с координатными осями;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{5\pi}{6}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $1 < |z| < 2$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $3\sqrt{3} - 3i$ , б)  $12i - 5$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 5x + 9 = 0$ .

5. Вычислите  $(2 + i\sqrt{12})^5$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 5i = 0$ .

---

7. Дана точка  $z_0 = -4 - 5i$ . Изобразите множество точек  $z$  для которых выполняются

условия: 
$$\begin{cases} |z - z_0| > 1, \\ |z - \bar{z}_0| \leq 4. \end{cases}$$

## Контрольная работа № 7 (2 часа)

### Вариант 1

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член

задается формулой  $x_n = \frac{3n - 6}{10}$ .

2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n + 30}{n}$  на ограниченность

и на монотонность.

3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 2}{3n^2 + 6n + 12}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$ .

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \frac{1}{x^3}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

а)  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ ; б)  $y = \sqrt{x} + \sin \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} 2x$ ; в)  $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$ .

6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \sin^2 x$  в точке

$$x = -\frac{\pi}{4}.$$

---

7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{2x}$  удовлетворяет соотношению

$$\frac{1}{y^3} + y'' = 0.$$

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат

и касательной к графику функции  $y = \frac{x}{2x - 1}$  в точке  $x = -1$ .

### Вариант 6

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \sin n\pi$ .

2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n^2 - (-1)^n n}{n^2}$  на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n^2+1)}{n^2(3n+7)}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$ .

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{2 - x^2}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$a) y = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2; \quad б) y = \frac{\cos x}{1 - 3\sin x}; \quad в) y = \sqrt{2x - \cos 2x} + x^2 \operatorname{tg} x.$$

6. Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2 - 3x + 2$ , в которой касательная к нему параллельна прямой  $2x + y = 0$ .
- 

7. Дана функция  $y = f(x)$ . Найдите  $f''(-1)$ , если  $f(x) = \arccos \frac{x}{2}$ .
- 

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными, к графику функции  $y = x^2 - 4x + 3$ , проведенными из точки  $A(2; -5)$

### Контрольная работа № 8 (2 часа)

#### Вариант 1

- Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2}{x-2}$  на монотонность и экстремумы.
- Постройте график функции  $y = 3x^2 - x^3$ .
- Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$

на отрезке  $[-1; 1]$ .

- В полукруг радиуса 6 см вписан прямоугольник. Чему равна его наибольшая площадь?
- 

- Докажите, что при  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  справедливо неравенство  $\cos x + x \sin x > 1$ .
- 

- При каких значениях параметра  $a$  функция  $y = 2ax^3 + 9x^2 + 54ax + 66$  убывает на всей числовой прямой?

#### Вариант 6

- Исследуйте функцию  $y = 2\sin x + \cos 2x$ ,  $x \in (0; \pi)$  на монотонность и экстремумы.
- Постройте график функции  $y = \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 5$

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x - 2}$

на отрезке  $[-1; 1]$ .

4. В равнобедренный треугольник с длинами сторон 15, 15 и 24 см. вписан параллелограмм так, что угол при основании у них общий. Определите длины сторон параллелограмма так, чтобы его площадь была наибольшей.

---

5. Докажите, что при  $x \in \left( \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right)$  справедливо неравенство

$$\cos x - x \cos x > 1 - \sin x - x \sin x.$$

---

6. При каких отличных от нуля значениях параметров  $a$  и  $b$  все

экстремумы функции  $y = \frac{5}{3}a^2x^3 + 2ax^2 - 9x + b$  положительны и максимум находится в точке

$$x = -\frac{9}{5}?$$

### Контрольная работа № 9 (1 час)

#### Вариант 1

1. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал 5 различных цветов?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь нечетное число раз?

3. Решите уравнение  $C_x^{x-2} + 2x = 9$ .

4. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом 2 туза?

---

5. На прямой взяты 8 точек, а на параллельной ей прямой – 5 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. В разложении бинома  $\left( \sqrt{x^3} + \frac{1}{x^4} \right)^n$  коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

### Вариант 6

1. В классе 15 девочек и 17 мальчиков. Для дежурства на избирательном участке надо выделить трех девочек и двух мальчиков. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,0

при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{C^{y-3}}{x} = \frac{5}{8}, \\ \frac{A^{y-3}}{A^{y-2}} = \frac{1}{8}. \end{cases}$$

4. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 3 карты. Какова вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз?

---

5. На прямой взяты  $n$  точек, а на параллельной ей прямой –  $q$  точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. Найдите число рациональных членов разложения  $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{3})^n$ , если известно, что сумма третьего от начала и третьего от конца биномиальных коэффициентов разложения равна 9900.

### 11 класс

#### Контрольная работа № 1 (1 час)

#### Вариант 1

1. Дан многочлен  $f(a,b) = 2ab^2 - 11a^3 - 3ba^2 + 5ab^2 + 7a^2b + 4a(-1)ba - (a+b)ab$ .

а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.

б) Установите, является ли данный многочлен однородным.

в) Если данный многочлен является однородным, определите его степень.

2. Разложите многочлен на множители: а)  $x^4 - 3x^3 + 3x - 9$ ;

б)  $6a^2 - 5ab - 6b^2$ .

3. Решите уравнение  $x^3 - 7x + 6 = 0$ .

---

4. Докажите, что выражение  $a^{10} - 2a^9 + a^8$  делится на  $a - 1$ .

---

5. При каких значения параметров  $a$  и  $b$  многочлен

$f(x) = 4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + ax + b$  делится без остатка на многочлен

$g(x) = x^2 - 4x + 1$ ?

### Вариант 6

1. Найдите остаток от деления многочлена  $f(x) = x^3 - 2x^4 - 5$  на многочлен  $p(x) = x^3 - 9x$ .

2. Дан многочлен  $f(x, y) = 2xy^3xy^2 - x^3 - 11 + 4y^3 + 5x^3 - y^2x^2y^2 + xy - (3x^2 + y)(y^2 - x)$ .

а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.

б) Установите, является ли данный многочлен однородным.

в) Если данный многочлен является однородным, определите его степень.

3. Решите уравнение: а)  $y^3 + y^2 - 16y + 20 = 0$ ; б)  $3x^3 + 2x^2 + 5x - 2 = 0$ .

4. Разложите многочлен на множители:

а)  $y^3 + 6 + y - 4y^2$ ; б)  $(y^2 + 1)b^2 - b^4 - y^2$ .

---

5. Решите уравнение  $4x^4 + 12x^3 - 47x^2 + 12x + 4 = 0$ .

6. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = -1 \\ x^4 + y^4 = 31. \end{cases}$

---

7. При каких значениях параметра  $a$  многочлен

$f(x) = (x^2 - (3a - 5)x - 15a)(x^2 - (2a + 1)x + 2a)(x - 5)$  имеет кратные корни?

Найдите эти корни.

### Контрольная работа № 2 (2 часа)

#### Вариант 1

3. Вычислите: а)  $\sqrt[4]{0,0625} - \sqrt[5]{-243}$ ; б)  $\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^5} \cdot \sqrt[4]{2^5 \cdot 3^7}$ .

2. Решите уравнение: а)  $\sqrt[4]{2x+1} = 3$ ; б)  $\sqrt[3]{x^2 - x - 131} = -5$ .

3. Постройте график функции  $y = 3\sqrt[3]{x+1} - 2$ .

4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 6} + \frac{\sqrt[5]{x+3}}{\sqrt{-x+2}}$ .

5. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a^2} - 4\sqrt[3]{ab} + 4\sqrt[3]{b^2}}$ .

6. Расположите в порядке убывания следующие числа:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[6]{6}$ .

7. Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{343x^3} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{64x^2}$  при  $x = -\frac{1}{2}$ .

8. Решите неравенство  $\sqrt[6]{x-1} < -x + 3$ .

9. Решите уравнение  $\sqrt[3]{81x} + \sqrt[3]{243x^2} = 6$ .

### Вариант 6

1. Вычислите: а)  $\sqrt[4]{0,0081} - \sqrt[3]{-1\frac{61}{64}}$ ; б)  $\frac{\sqrt[6]{3^{16} \cdot 7^{10}}}{\sqrt[6]{3^4 \cdot 7^4}}$ .

2. Решите уравнение: а)  $\sqrt[4]{-x^2 - 10x} = 2$ ; б)  $\sqrt[7]{\frac{-x+5}{2x-7}} = -1$ .

3. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2}\sqrt[6]{-x+1} - 2$ .

4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[8]{x^2 - x - 6} - \frac{x+5}{\sqrt[4]{(x+2)^4}} + \sqrt[6]{-3x+10}$ .

5. Упростите выражение  $\frac{\left(\sqrt[8]{a^2+5+2a\sqrt{5}} + \sqrt[4]{a+\sqrt{5}}\right)^4 \sqrt{a-\sqrt{5}}}{\sqrt[4]{16a^2-80}}$ .

6. Расположите в порядке убывания следующие числа:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[7]{7}$ .

7. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[4]{b}}{2} + \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt[4]{b}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{4\sqrt{b}}} - \sqrt{a}$  и найдите его значение при  $a = 4$ ,  $b = 16$ .

8. Решите неравенство  $\sqrt[4]{-x+4} > -\frac{24}{x}$ .

9. Решите уравнение  $\sqrt[5]{2187x^2} + \sqrt[5]{729x} = 6$ .

### Контрольная работа № 3

**Вариант 1 (1 час)**

4. Вычислите: а)  $27^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ; б)  $\left(3^{\frac{1}{3}} - 1\right) \left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1\right)$

5. Упростите выражение  $\left| \left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)^2 \right|$ .

3. Решите уравнение  $x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} - 2 = 0$ .

4. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} - x^{-2}$

в точке  $x = 1$ .

5. Решите неравенство  $x^{-\frac{3}{4}} - 1 \leq (x-1)^{\frac{4}{3}}$ .

6. Решите уравнение  $z^3 + 8 = 0$  на множестве комплексных чисел.

**Вариант 6 (2 часа)**

1. Вычислите: а)  $243^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$ ; б)  $\left(2 + 3^{\frac{1}{3}}\right) \left(4 - 2 \cdot 3^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}}\right)$ .

2. Упростите выражение:

а)  $\left( \frac{1}{(ab)^2} - \frac{ba}{a + (ab)^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{a-b}{(ab)^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\left( \left( \frac{ab^{\frac{1}{3}}}{ba^2} \right)^{\frac{3}{2}} + \left( \frac{a^{-1}b^{-\frac{3}{8}}}{a^{-2}} \right)^2 \right) \cdot \left( \frac{1}{a^{-4}} + \frac{1}{b^{-4}} \right)$ .

3. Решите уравнение  $2x^{\frac{2}{7}} + x^{\frac{1}{7}} - 1 = 0$ .

4. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = (2\sin x)^{-\frac{2}{3}}$

в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ .

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = -\frac{108}{5}x^{\frac{5}{4}} + \frac{1}{2}x^2$

на отрезке  $[16; 256]$ .

6. Решите неравенство  $(-x+1)^{\frac{3}{7}} > x^{\frac{7}{3}} - 1$ .

7. Решите уравнение  $z^3 + 2z^2 + 2z + 1 = 0$  на множестве комплексных чисел.

---

8. Решите уравнение  $19 - 4x^7 - 3x^4 - 10x = (60 + 4x)^{\frac{1}{6}}$ .

### Контрольная работа № 4 (2 часа)

#### Вариант 1

1. Постройте график функции:

а)  $y = 0,5^x + 1$ ; б)  $y = \log_3(x + 3)$ .

2. Решите уравнение: а)  $\left(\frac{1}{49}\right)^{-x} = \sqrt{\frac{1}{7}}$ ; б)  $4^x + 7 \cdot 2^{x-1} = 4,5$ .

3. Решите неравенство  $3^{\frac{1}{5x-2}} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{5-3x}}$ .

4. Вычислите  $\log_2 \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 2^{-0,5}}{\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 2^5}$ .

5. Сравните числа: а)  $a = \log_{\frac{1}{5}} \frac{7}{5}$ ,  $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{7}}$ ; б)  $a = \log_2 500$ ,  $b = \sqrt[4]{10000}$ .

---

6. Решите неравенство  $\frac{5^x + 1}{0,2 - 5^x} \geq 2 \log_2 \sqrt{2}$ .

---

7. Решите неравенство  $7^{|x|} \leq 1 - x^2$ .

#### Вариант 6

1. Постройте график функции  $y = \begin{cases} 3^x - 1, & x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+1), & x > 0. \end{cases}$

2. Решите уравнение: а)  $4 \cdot \sqrt[4]{(0,0625)^{-x}} = 32^{\frac{\sqrt{4-x}}{5}}$ ; б)  $3^{2x} (3^{2x+1} + 2) = 1$ .

3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{|2x-1|}{x-3}} \cdot \sqrt{8} \geq \sqrt{2}$ .

4. Вычислите  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{125^{-\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{\sqrt{5}}}{5 \cdot 625^{-\frac{1}{4}}}$ .

5. Расположите в порядке убывания числа:

$$a = 0,2^{-\frac{1}{2}}, \quad b = \log_{0,7} \frac{100}{7}, \quad c = 0,3^{0,7}.$$

6. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x|} - 1 \geq 5 \left| \sin \frac{x}{5} \right|$ .

7. Решите уравнение  $3 \cdot 8^x + 18^x + 12^x - 2 \cdot 27^x = 0$ .

### Контрольная работа № 5 (2 часа)

#### Вариант 1

1. Вычислите  $36^{\log_6 5 + \log_9 81}$ .

2. Решите уравнение: а)  $\lg x - \lg 12 = \log_{0,1}(x+1) - \log_{100} 4$ ;

б)  $\log_{\frac{2}{3}}(x-1) - 2 \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{x-1} = 2^{\log_2 7}$ ;      в)  $x^{\ln x} = e^2 x$ .

3. Решите неравенство: а)  $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > -3 \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{5}$ ; б)  $\left(1 \frac{11}{25}\right)^{\log_9 x} > \left(\frac{5}{6}\right)^{\log_6(6-5x)}$ .

4. Исследуйте функцию  $y = e^{2x}(3x+2)$  на монотонность и экстремумы.

5. К графику функции  $y = \ln(2x+4)$  проведена касательная, параллельная прямой  $y = 0,5x - 3$ . Найдите точку пересечения касательной с осью  $x$ .

6. Решите неравенство  $\log_{5+x}(1-2x) \geq \log_{5+x} 3 + \log_{5+x} x^2$ .

7. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_3^3 y^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3x} = 127 \\ \log_3^2 y^2 - 2 \left(\frac{1}{5}\right)^{-x} \cdot \log_3 y = 127 - 25^x. \end{cases}$$

#### Вариант 6

1. Найдите  $\log_{81} 168$ , если  $\log_3 2 = a$ ,  $\log_2 7 = b$ .

2. Решите уравнение: а)  $\log_3(x^2 - 3) + \log_{\frac{1}{9}} 196 = \log_{\frac{1}{3}} x - \log_{27} 343$ ;

б)  $\log_5^2(5-x) + 2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{5^{\frac{1}{5}}}{5-x} = \left(\frac{3}{17}\right)^{\log_3 0,5 + \log_{17} 4}$ ;      в)  $7^{\ln x} = 98 - x^{\ln 7}$ .

3. Решите неравенство: а)  $2,56^{\log_{x-1} x} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{\log_{\frac{1}{x-1}}(6-x)}{x-1}}$ ; б)  $\log_x(x^2 + 3x - 3) > 3\ln \sqrt[3]{e}$ .

4. Исследуйте функцию  $y = e^{6x^2+5} \left(\frac{7}{6} - x^2\right)$  на монотонность и экстремумы.

5. Решите неравенство  $\log_2(x-3) + \log_5 x - \frac{14}{x+2} \leq 0$ .

6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_6^3\left(\frac{1}{y}\right)^{-4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-6x} = -189 \\ \left(2\log_6 y\right)_2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{-2x} \cdot \log_6\left(\frac{1}{y}\right)^{-2} = 21 - 4^{2x}. \end{cases}$$

7. При каком значении параметра  $a$  графики функций  $y = ax^2$  и  $y = \ln x$  имеют общую касательную?

### Контрольная работа № 6

#### Вариант 1 (1 час)

1. Докажите, что функция  $y = \frac{1}{5}x^5 - \cos 2x$  является первообразной для

функции  $y = x^4 + 2\sin 2x$ .

2. Для данной функции  $y = \frac{2}{\sqrt{4x+13}} - \frac{3}{x^2}$  найдите ту первообразную, график

которой проходит через точку  $A(-3; -2)$ .

3. Вычислите: а)  $\int_0^{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sin x\right) dx$ ; б)  $\int_1^2 \frac{4x^3 - 5x^2 + 2x + 1}{x^2} dx$ .

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 1 + x^2$  и прямой  $y - 2 = 0$ .

5. Известно, что функция  $y = F(x)$  — первообразная для функции

$y = (25x - x^3)\sqrt{x-3}$ . Исследуйте функцию  $F(x)$  на монотонность и экстремумы.

6. При каких значениях параметра  $a$  выполняется неравенство

$$\int_1^a (4x - a) dx \leq 5a - 6?$$

### Вариант 6 (2 часа)

1. Докажите, что функция  $y = \sqrt{x^2 + 4} - \frac{9}{x}$  является первообразной для

$$\text{функции } y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} + \frac{9}{x^2}.$$

2. Для данной функции  $y = \frac{3}{\sin^2 3x} - \cos 2x$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную точку  $A\left(-\frac{\pi}{2}, 3\right)$ .

3. Найдите неопределенный интеграл: а)  $\int \frac{5^x(1-5^{-x})}{x^7} dx$ ; б)  $\int \frac{10x^2 - 9x - \frac{1}{2}}{\sqrt{x}} dx$ .

4. Вычислите: а)  $\int_0^{\frac{3}{16}} \frac{dx}{\sqrt{1-4x}}$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx$ .

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функции  $y = |-x^2|$  и  $y = 5 - |x|$ .

6. При каких отрицательных значениях параметра  $a$  выполняется

$$\text{неравенство } \int_a^0 \left( 4^{-2x} - \frac{5}{2} \cdot 4^{-x} \right) dx \geq 0?$$

7. Дана криволинейная трапеция, ограниченная линиями

$y = x^3 + 1$ ,  $y - 1 = 0$ ,  $x - 2 = 0$ . Какую часть площади трапеции составляет площадь треугольника, отсекаемого от данной трапеции касательной, проведенной из точки с координатами  $(0; -1)$ , к линии  $y = x^3 + 1$ ?

### Контрольная работа № 7 (2 часа)

#### Вариант 1

1. Решите уравнение: а)  $\frac{1}{x(x-2)} + \frac{2}{(x-1)^2} = 2$ ;

б)  $2\sin x \cos x + \sqrt{3} - 2\cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$ ;      в)  $0,5^{|2x-1|-3} = 2^x$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{\log_{0,2} \log_5 25}{\log_3(-5x+6)} > 0$ ;      б)  $|2x+1| \geq 2,5x+1,5$ .

3. Решите уравнение  $\log_3(x+25) = 2^{58-x}$ .

4. Решите уравнение  $|\sin x| = \sin x + 2\cos x$ .

---

5. Внутри равнобедренного прямоугольного треугольника случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к вершине прямого угла, чем к вершинам двух его острых углов?

---

6. Решите уравнение  $\sin\left(-\frac{\pi x}{6}\right) = \log_3(x^2 + 6x + 12)$ .

### Вариант 6

1. Решите уравнение: а)  $x^2 + \frac{x^2}{(x-1)^2} = 8$ ; б)  $\cos x \cos 2x \sin 3x = 0,25 \sin 2x$ ;

в)  $27 \frac{|x^2+x|}{3} = 3^3 \frac{\log_3\left(\frac{1}{3x}\right)}{3}$ .

2. Решите неравенство: а)  $\frac{\lg(x^2 - 24)}{|x+5|} \leq 0$ ; б)  $20 + |x-5|(2-3x) < x^2 - x$ .

3. Решите уравнение  $8^x + 15^x = 17^x$ .

4. Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin x + \frac{|1-2\sin x|}{1-2\sin x} \sin 2x = 0$ .

---

5. На координатной плоскости  $xOy$  случайным образом выбрана точка

$M(x, y)$ ,  $0 \leq x \leq 6$ ,  $0 \leq y \leq 2$  так, что отрезок  $OM$  является диагональю прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат. Какова вероятность того, что площадь этого прямоугольника меньше 4?

---

6. Решите уравнение  $\log_4(1 + \sqrt{x}) = \log_{15} x$ ;

7. Решите неравенство  $(4x + x^2 + 3) \log_1 \left( 1 + 2 \cos^2 \frac{\pi x}{2} \right) \geq 1$ .

## Контрольная работа № 8 (2 часа)

### Вариант 1

1. Решите уравнение: а)  $\sqrt{x+6} = 0,25x + 0,25$ ; б)  $(5^{x^2+x} - 1)\sqrt{4x+2} = 0$ .
2. Решите неравенство  $1 + 6x - \sqrt{7-3x} \geq 0$ .
3. Решите систему уравнений: а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26, \\ xy = 5; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 3\sqrt{xy}, \\ x + y - 5 = 0. \end{cases}$
4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств 
$$\begin{cases} x + y \leq 5, \\ x - y + 5 \geq 0, \\ y + 1 \geq 0. \end{cases}$$
5. Докажите, что для любых неотрицательных чисел  $a, b$  выполняется неравенство  $(a+b)(a+2)(b+2) \geq 16ab$ .

- 
6. Решите уравнение в целых числах:  $5x + 3y = 11$ .
- 

7. Три числа образуют арифметическую прогрессию. Если третий член данной прогрессии уменьшить на 3, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Если второй член геометрической прогрессии уменьшить на  $\frac{4}{3}$ , то полученные три числа вновь составят геометрическую прогрессию. Найдите первоначально заданные числа.

### Вариант 6

1. Решите уравнение: а)  $(23^{x^2-2x} - 1)\sqrt{0,5x - \frac{3}{4}} = 0$ ; б)  $\sqrt{|4x-32|} = 2x-4$ .
2. Решите неравенство  $x^2 - 1,25x + 0,75x\sqrt{5-2x} \geq 0$ .
3. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} xy(x-y) = 15, \\ x^3 - y^3 = 170; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^{\sqrt{y}} = 729, \\ \sqrt{y} - 3\log_3 x = 3. \end{cases}$$

4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств

$$\begin{cases} y \leq 7 - x, \\ x + 0,2y \geq 0, \\ y \geq \frac{1}{5}x. \end{cases}$$

5. Три положительных числа, сумма которых равна 15, образуют

арифметическую прогрессию. Если к ним прибавить соответственно 1,4 и 19, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найдите первоначально заданные числа.

6. Решите уравнение в целых числах:  $27x + 13y = 2$ .

7. Докажите, что если  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , то выполняется неравенство

$$\cos x + x \sin x > 1.$$